**第一讲数列的概念与简单表示法**

id:2147491580;FounderCES

题组 数列的概念及表示方法

1*.*[2016浙江,13,6分][理]设数列{*an*}的前*n*项和为*Sn.*若*S*2*=*4,*an+*1*=*2*Sn+*1,*n*∈N*\**,则*a*1*=*,*S*5*=　　　　.*

2*.*[2015新课标全国Ⅱ,16,5分][理]设*Sn*是数列{*an*}的前*n*项和,且*a*1*=-*1,*an+*1*=SnSn+*1,则*Sn=　　　　.*

3*.*[2015江苏,11,5分][理]设数列{*an*}满足*a*1*=*1,且*an+*1*-an=n+*1(*n*∈N\*),则数列{}前10项的和为*.*

4*.*[2013新课标全国Ⅰ,14,5分][理]若数列{*an*}的前*n*项和*Sn=an+*,则{*an*}的通项公式是*an=　　　.*

5*.*[2015新课标全国Ⅰ,17,12分][理]*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和,已知*an>*0,*+*2*an=*4*Sn+*3*.*

(Ⅰ)求{*an*}的通项公式;

(Ⅱ)设*bn=*,求数列{*bn*}的前*n*项和*.*

id:2147491594;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2017云南省11校调考,3]在数列{*an*}中,*a*1*=*3,*an+*1*=*,则*a*4*=*()

A*.* B*.*1 C*.* D*.*

2*.*[2017贵州省高招适应性考试,3]已知数列{*an*}满足*an=an+*1,若*a*3*+a*4*=*2,则*a*4*+a*5*=*()

A*.* B.1 C.4 D.8

3*.*[2017昆明市高三质检,5]已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,且2,*Sn*,*an*成等差数列,则*S*17*=*()

A*.*0 B*.*2 C*.-*2 D*.*34

4*.*[2018惠州市二调,15]已知数列{*an*}满足*a*1*=*1,*an+*1*-*2*an=*2*n*(*n*∈N*\**),则数列{*an*}的通项公式*an=　　　　.*

5*.*[2017郑州市第三次质量预测,14]若数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,且3*Sn-*2*an=*1,则{*an*}的通项公式是*an=　　　　.*

6*.*[2018南昌市摸底调研,17]已知数列{*an*}的前*n*项和*Sn=*2*n+*1*-*2,记*bn=anSn*(*n*∈N\*)*.*

(1)求数列{*an*}的通项公式;

(2)求数列{*bn*}的前*n*项和*Tn.*

**B提升题**

7*.*[2018山西八校第一次联考,11]已知数列{*an*}满足:*a*1*=*1,*an+*1*=*(*n*∈N*\**),若*bn+*1*=*(*n-λ*)(*+*1),*b*1*=-λ*,且数列{*bn*}是递增数列,则实数*λ*的取值范围是()

A.(2,*+∞*) B.(3,*+∞*) C.(*-∞*,2) D.(*-∞*,3)

8*.*[2017湖北武汉四月调考,7]已知数列{*an*}满足*a*1*=*1,*a*2*=*,若*an*(*an-*1*+*2*an+*1)*=*3*an-*1*an+*1(*n*≥2,*n*∈N*\**),则数列{*an*}的通项公式*an=*()

A. B. C. D.

9*.*[2017辽宁省部分重点高中第三次联考,11]已知*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和,且2*am=am-*1*+am+*1(*m*∈N*\**,*m*≥2),若(*a*2*-*2)5*+*2 016(*a*2*-*2)3*+*2 017(*a*2*-*2)*=*2 017,(*a*2 016*-*2)5*+*2 016(*a*2 016*-*2)3*+*2 017(*a*2 016*-*2)*=-*2 017,则下列四个命题中真命题的序号为()

*①S*2 016*=*4 032;*②S*2 017*=*4 034;*③S*2 016*<S*2;*④a*2 016*-a*2*<*0*.*

A.①② B.②③ C.②④ D.①④

10*.*[2018石家庄市重点高中高三摸底考试,15]已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,若*a*1*=-*1,*an*≠0, *anan+*1*=*2*Sn-*1,则*a*2*n=　　　.*

11*.*[2018广东七校联考,17]已知{*an*}是递增数列,其前*n*项和为*Sn*,*a*1*>*1,且10*Sn=*(2*an+*1)(*an+*2)(*n*∈N*\**)*.*

(1)求数列{*an*}的通项公式*an*;

(2)是否存在*m*,*n*,*k*∈N*\**,使得2(*am+an*)*=ak*成立?若存在,写出一组符合条件的*m*,*n*,*k*的值;若不存在,请说明理由*.*

**答案**

id:2147497580;FounderCES

1*.*1121由于解得*a*1*=*1*.*由*an+*1*=Sn+*1*-Sn=*2*Sn+*1得*Sn+*1*=*3*Sn+*1,所以*Sn+*1*+=*3(*Sn+*),所以{*Sn+*}是以为首项,3为公比的等比数列,所以*Sn+=×*3*n-*1,即*Sn=*,所以*S*5*=*121*.*

2*.-*当*n=*1时,*S*1*=a*1*=-*1,所以*=-*1*.*易知*Sn*≠0,因为*an+*1*=Sn+*1*-Sn=SnSn+*1,所以*-=*1,即*-=-*1,所以{}是以*-*1为首项,*-*1为公差的等差数列,所以*=*(*-*1)*+*(*n-*1)·(*-*1)*=-n*,所以*Sn=-.*

3*.*由*a*1*=*1,且*an+*1*-an=n+*1(*n*∈N*\**)得,*an=a*1*+*(*a*2*-a*1)*+*(*a*3*-a*2)*+*…*+*(*an-an-*1)*=*

1*+*2*+*3*+*…*+n=*,则*==*2(*-*),故数列{}前10项的和*S*10*=*2(1*-+-+*…*+-*)*=*2(1*-*)*=.*

4*.*(*-*2)*n-*1当*n=*1时,由已知*Sn=an+*,得*S*1*=a*1*=a*1*+*,即*a*1*=*1;当*n*≥2时,由已知得*Sn-*1*=an-*1*+*,所以*an=Sn-Sn-*1*=*(*an+*)*-*(*an-*1*+*)*=an-an-*1,所以*an=-*2*an-*1,所以数列{*an*}为以1为首项,*-*2为公比的等比数列,所以*an=*(*-*2)*n-*1*.*

5*.*(Ⅰ)由*+*2*an=*4*Sn+*3,可知*+*2*an+*1*=*4*Sn+*1*+*3*.*

可得*-+*2(*an+*1*-an*)*=*4*an+*1,即

2(*an+*1*+an*)*=-=*(*an+*1*+an*)(*an+*1*-an*)*.*

由于*an>*0,可得*an+*1*-an=*2*.*

又*+*2*a*1*=*4*a*1*+*3,

解得*a*1*=-*1(舍去)或*a*1*=*3*.*

所以{*an*}是首项为3,公差为2的等差数列,通项公式为*an=*2*n+*1*.*

(Ⅱ)由*an=*2*n+*1可知

*bn===*(*-*)*.*

设数列{*bn*}的前*n*项和为*Tn*,则

*Tn=b*1*+b*2*+*…*+bn*

*=*[(*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)]

*=.*

id:2147497587;FounderCES

**A基础题**

1*.*A依题意得*==+*,*-=*,数列{}是以*=*为首项,为公差的等差数列,则*=+=*,*an=*,*a*4*=*,故选A*.*

2*.*C解法一因为*an=an+*1,*a*3*+a*4*=*2,所以*an*≠0,可得*=*2,所以{*an*}为等比数列,由*an=amqn-m*,得*a*3*+a*3*×*24*-*3*=*2,解得*a*3*=*,由此可得*a*4*=a*3*×*2*=*,*a*5*=a*3*×*22*=*,所以*a*4*+a*5*=+==*4*.*

解法二已知*an=an+*1,可得*an+*1*=*2*an*,所以*a*4*+a*5*=*2*a*3*+*2*a*4*=*2(*a*3*+a*4)*=*2*×*2*=*4*.*

3*.*B由2,*Sn*,*an*成等差数列,得2*Sn=an+*2*①*,2*Sn+*1*=an+*1*+*2*②*,*②-①*,得*=-*1,又2*a*1*=a*1*+*2,所以*a*1*=*2,所以数列{*an*}是首项为2,公比为*-*1的等比数列,所以*S*17*==*2,故选B*.*

4*.n*·2*n-*1*an+*1*-*2*an=*2*n*两边同除以2*n+*1,可得*-=*,又*=*,∴数列{}是以为首项,为公差的等差数列,∴*=+*(*n-*1)*×=*,∴*an=n*·2*n-*1*.*

5*.*(*-*2)*n-*1当*n=*1时,3*S*1*-*2*a*1*=*3*a*1*-*2*a*1*=*1,得*a*1*=*1;当*n*≥2时,两式相减,得*an=-*2*an-*1,所以数列{*an*}是首项为1,公比为*-*2的等比数列,所以*an=*(*-*2)*n-*1*.*

6*.*(1)∵*Sn=*2*n+*1*-*2,

∴当*n=*1时,*a*1*=S*1*=*21*+*1*-*2*=*2;

当*n*≥2时,*an=Sn-Sn-*1*=*2*n+*1*-*2*n=*2*n.*

又*a*1*=*2*=*21,∴*an=*2*n.*

(2)由(1)知,*bn=anSn=*2·4*n-*2*n+*1,

∴*Tn=b*1*+b*2*+b*3*+*…*+bn=*2(41*+*42*+*43*+*…*+*4*n*)*-*(22*+*23*+*…*+*2*n+*1)*=*2*×-=*·4*n+*1*-*2*n+*2*+.*

**B提升题**

7*.*C由*an+*1*=*,知*=+*1,即*+*1*=*2(*+*1),所以数列{*+*1}是首项为*+*1*=*2,公比为2的等比数列,所以*+*1*=*2*n*,所以*bn+*1*=*(*n-λ*)·2*n*,因为数列{*bn*}是递增数列,所以*bn+*1*-bn=*(*n-λ*)2*n-*(*n-*1*-λ*)2*n-*1*=*(*n+*1*-λ*)2*n-*1*>*0对一切正整数*n*恒成立,所以*λ<n+*1,因为*n*∈N*\**,所以*λ<*2,故选C*.*

8*.*B解法一*an*(*an-*1*+*2*an+*1)*=*3*an-*1*an+*1⇒*+=*⇒*-=*2(*-*),

又*-=*2,∴{*-*}是首项为2,公比为2的等比数列,则*-=*2*n*,即*-=*(*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)*=*2*n-*2,*=*2*n-*1,∴*an=.*故选B*.*

解法二由*a*2(*a*1*+*2*a*3)*=*3*a*1*a*3,得*a*3*=*,即可排除选项A,C,D*.*选B*.*

9.C构造函数*f*(*x*)*=x*5*+*2 016*x*3*+*2 017*x*,∵*f*(*x*)为奇函数且单调递增,依题意有*f*(*a*2*-*2)*=*

2 017,*f*(*a*2 016*-*2)*=-*2 017,∴(*a*2*-*2)*+*(*a*2 016*-*2)*=*0,∴*a*2*+a*2 016*=*4*.*又2*am=am-*1*+am+*1(*m*∈N\*,*m*≥2),∴数列{*an*}为等差数列,且公差*d*≠0,∴*a*1*+a*2 017*=a*2*+a*2 016*=*4,则*S*2 017*==*4 034,*②*正确;

∵公差*d*≠0,故*a*2 016≠*a*2 017,*S*2 016*=*≠4 032,*①*错误;

由题意知*a*2*>*2,*a*2 016*<*2,∴*d<*0,

*S*2 016*=S*2 017*-a*2 017*=*4 034*-*(4*-a*1)*=*4 030*+a*1,*S*2*=a*1*+a*2,若*S*2 016*<S*2,则*a*2*>*4 030,而此时(*a*2*-*2)5*+*

2 016(*a*2*-*2)3*+*2 017(*a*2*-*2)*=*2 017不成立,*③*错误;

∵*a*2*>*2,*a*2 016*<*2,∴*a*2 016*-a*2*<*0,*④*正确*.*故选C.

10*.*2*n+*1因为*a*1*=-*1,*anan+*1*=*2*Sn-*1,所以*a*2*=*3,当*n*≥2时,*anan+*1*-an-*1*an=*2*an*,又*an*≠0,所以*an+*1*-an-*1*=*2,所以数列{*a*2*n*}是以3为首项,2为公差的等差数列,所以*a*2*n=*3*+*(*n-*1)*×*2*=*2*n+*1*.*

11*.*(1)由10*a*1*=*(2*a*1*+*1)(*a*1*+*2),得2*-*5*a*1*+*2*=*0,解得*a*1*=*2或*a*1*=.*又*a*1*>*1,所以*a*1*=*2*.*

因为10*Sn=*(2*an+*1)(*an+*2),所以10*Sn=*2*+*5*an+*2*.*

故10*an+*1*=*10*Sn+*1*-*10*Sn=*2*+*5*an+*1*+*2*-*2*-*5*an-*2,

整理,得2(*-*)*-*5(*an+*1*+an*)*=*0,

即(*an+*1*+an*)[2(*an+*1*-an*)*-*5]*=*0*.*

因为{*an*}是递增数列且*a*1*=*2,所以*an+*1*+an*≠0,因此*an+*1*-an=.*

所以数列{*an*}是以2为首项,为公差的等差数列,

所以*an=*2*+*(*n-*1)*=*(5*n-*1)*.*

(2)满足条件的正整数*m*,*n*,*k*不存在,理由如下:

假设存在*m*,*n*,*k*∈N*\**,使得2(*am+an*)*=ak*,

则5*m-*1*+*5*n-*1*=*(5*k-*1),

整理,得2*m+*2*n-k=*(*\**),

显然,(*\**)式左边为整数,所以(*\**)式不成立*.*

故满足条件的正整数*m*,*n*,*k*不存在*.*